

### 3.1 บทนำ

**เซต** หมายถึง กลุ่มของสิ่งของที่ทราบได้แน่นอนว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่ม และสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม

**ตัวอย่าง** เซตของนักศึกษาในห้องเรียนนี้

เราเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า “สมาชิก” (Element) ใช้สัญลักษณ์  $\in$  แทนเป็นสมาชิกของ และ  $\notin$  แทนไม่เป็นสมาชิกของ

การเขียนเซต เซตมีวิธีการเขียน 2 แบบ คือ

- แบบแจกแจงสมาชิก** เขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในเครื่องหมาย วงเล็บปีกกาและใช้เครื่องหมาย จุดภาค ( , ) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว กรณีสมาชิกมีมาก ๆ จะใช้สัญลักษณ์ “...” แทนสมาชิกตัวอื่นๆ

**ตัวอย่างเช่น**

A เป็นเซตของจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า 100 จะเขียน  $A = \{ 2, 4, 6, \dots, 98 \}$

B เป็นเซตของจำนวนเต็มคี่ จะเขียน  $B = \{ \dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots \}$

- แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต** เขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต ประกอบด้วย วงเล็บปีกกา และใช้ตัวแปรแทนสมาชิกของเซต โดยบรรยายคุณสมบัติของสมาชิกไว้หลังเครื่องหมาย ” | ” ( โดยที่ )

**ตัวอย่างเช่น**

A เป็นเซตของตัวประกอบของ 6 จะเขียน  $A = \{ x \mid x \text{ เป็นตัวประกอบของ } 6 \}$

B เป็นเซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ จะเขียน  $B = \{ x \mid x \text{ เป็นวันในหนึ่งสัปดาห์} \}$

### 3.2 นิยามของเซต

#### 3.2.1 เซตที่เท่ากัน

**บทนิยาม** เซต A เท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อ เซตทั้งสองเซตมีสมาชิกเหมือนกัน นั่นคือ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

เซต A เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย  $A = B$

เซต  $A$  ไม่เท่ากับเซต  $B$  เขียนแทนด้วย  $A \neq B$  แสดงว่ามีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต  $A$  ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต  $B$  หรือ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต  $B$  ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต  $A$

### 3.2.2 เอกภพสัมพัทธ์

บทนิยาม เอกภพสัมพัทธ์ ( $U$ ) คือเซตที่กำหนดขึ้น โดยมีข้อตกลงว่า จะไม่กล่าวถึงสิ่งใด นอกเหนือไปจากสมาชิกของเซตที่กำหนดขึ้นนี้

สัญลักษณ์ที่นิยมใช้แทนเซตของจำนวน

$I^+$  แทนเซตของจำนวนเต็มบวก หรือ  $I^+ = \{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$

$I^-$  แทนเซตของจำนวนเต็มลบ หรือ  $I^- = \{ -1, -2, -3, -4, \dots \}$

$I^0$  แทนเซตของจำนวนเต็มศูนย์ หรือ  $I^0 = \{ 0 \}$

$I$  หรือ  $Z$  แทนเซตของจำนวนเต็ม หรือ  $I = \{ 0, -1, 1, -2, 2, \dots \}$  หรือ

$I = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$

$N$  แทนเซตของจำนวนนับ หรือ  $N = \{ 1, 2, 3, \dots \}$  นั่นคือ  $I^+ = N$

$P$  แทนเซตของจำนวนเฉพาะที่เป็นบวก หรือ  $P = \{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots \}$

$Q$  เป็นเซตของจำนวนตรรกยะ

$Q'$  เป็นเซตของจำนวนอตรรกยะ

$R$  เป็นเซตของจำนวนจริง

3.2.3 เซตจำกัด (*Finite Set*) คือ เซตซึ่งมีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มบวกใด ๆ หรือศูนย์

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด  $A$  เขียนแทนด้วย  $n(A)$  หรือ  $|A|$

$|A|$  วัดจากจำนวนสมาชิกที่แตกต่างกันในเซต  $A$

ตัวอย่าง  $|\emptyset| = \quad$ ,  $|\{1,2,3\}| = \quad$ ,  $|\{a, b\}| = \quad$ ,  $|\{1,2,3\}, \{4,5\}| = \quad$

3.2.4 เซตอนันต์ (*Infinite Set*) คือเซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด

เซตว่าง (*Empty Set or null set*) คือ เซตจำกัดที่ไม่มีสมาชิกหรือจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์ แทน

ด้วย  $\{ \}$  หรือ  $\emptyset$

3.2.5 เซตที่เทียบเท่ากัน (*Equivalent sets*)

**บทนิยาม** เซต **A** และ เซต **B** เป็นเซตที่เทียบเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ เซต **A** และ เซต **B** มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน

**ตัวอย่าง**  $A = \{ 1, 2, 3 \}$ ;  $B = \{ a, b, c \}$  เซต **A** และเซต **B** เป็นเซตที่เทียบเท่ากัน เขียนแทนด้วย  $A \leftrightarrow B$

### 3.2.6 สับเซต (Subsets)

**บทนิยาม** เซต **A** เป็นสับเซตของเซต **B** ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต **A** เป็นสมาชิกของเซต **B** เซต **A** เป็นสับเซตของเซต **B** เขียนแทนด้วย  $A \subseteq B$

เซต **A** ไม่เป็นสับเซตของเซต **B** ถ้ามีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต **A** ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต **B** เขียนแทนด้วย  $A \not\subseteq B$

**หมายเหตุ** **A** เป็นสับเซตแท้ของเซต **B** ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต **A** เป็นสมาชิกของเซต **B** แต่เซต  $A \neq B$

### 3.2.7 ซุปเปอร์เซต (Super Sets)

**บทนิยาม** เซต **A** เป็นซุปเปอร์เซตของเซต **B** ก็ต่อเมื่อ ทุกสมาชิกของเซต **B** เป็นสมาชิกของเซต **A**

เขียนแทนด้วย  $A \supseteq B$  และ  $B \subseteq A$

#### หมายเหตุ

- เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง  
ถ้า **A** เป็นเซตใด ๆ แล้ว  $A \subseteq A$
- เซตว่างเป็นสับเซตของเซตทุกเซต  
ถ้า **A** เป็นเซตใด ๆ แล้ว  $\emptyset \subseteq A$
- $A \subseteq B$  และ  $B \subseteq A$  ก็ต่อเมื่อ  $A = B$
- เรียกสับเซตทุก ๆ สับเซตนอกจากเซตของตัวเอง ว่าสับเซตแท้

### 3.2.8 เพาเวอร์เซต ( Power sets)

เพาเวอร์เซต คือ เซตของสับเซตทั้งหมดของ  $A$  เมื่อ  $A$  เป็นเซตจำกัด เพาเวอร์เซตของ  $A$  เขียนแทนด้วย  $P(A)$

สมบัติของเพาเวอร์เซต

ให้  $A, B$  เป็นเซตใด ๆ

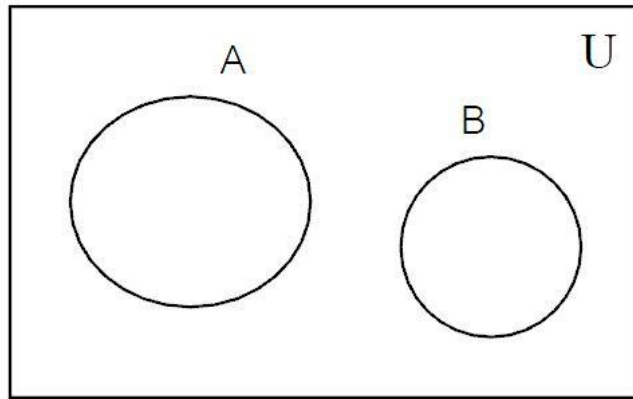
1.  $\emptyset \in P(A)$
2.  $A \in P(A)$
3. ถ้า  $A$  เป็นเซตจำกัดและ  $n(A) = k$  แล้ว  $P(A)$  เป็นเซตจำกัดและ  $n(P(A)) = 2^k$
4. ถ้า  $A \subset B$  แล้ว  $P(A) \subset P(B)$
5. ถ้า  $P(A) \subset P(B)$  แล้ว  $A \subset B$
6.  $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$
7.  $P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$

หมายเหตุ  $\forall S: |P(S)| > |S|$ , e.g.  $|P(\mathbb{N})| > |\mathbb{N}|$

### 3.3 แผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ ( Venn – Euler Diagrams )

แผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ นิยมแทนเอกภพสัมพัทธ์  $U$  ด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และใช้รูปปิดใดๆ แทนเซตซึ่งเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์นั้น

ตัวอย่าง



รูปที่ 1.1 แผนภาพของเวนน์ –ออยเลอร์ที่แสดงเซต A และ เซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

เซต A และ เซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย ซึ่งเรียกว่า **Disjoint set**

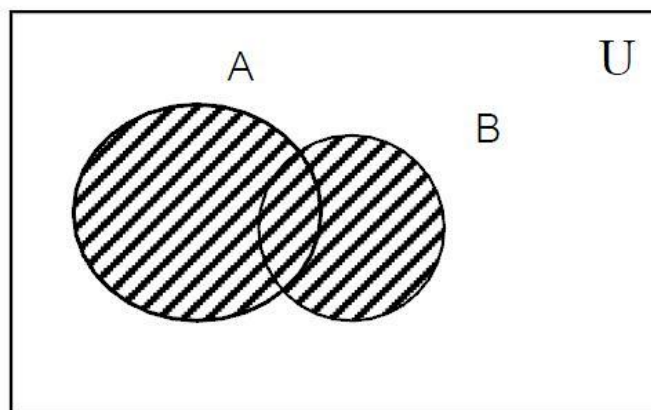
### 3.4 การดำเนินการบนเซต

3.4.1 ยูเนียน ( *Union* ) ยูเนียนของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย  $A \cup B$  คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกรวมกันของ A หรือของ B หรือ ของทั้งสองเซต

เขียน  $A \cup B$  แบบบอกเงื่อนไขดังนี้

$$A \cup B = \{ x \in U \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B \text{ หรือ } x \text{ เป็นสมาชิกรวมกันของทั้งสองเซต } \}$$

ตัวอย่างแผนภาพของยูเนียน เช่น



รูปที่ 1.2 แผนภาพของเวนน์ –ออยเลอร์ที่แสดงเซต  $A \cup B$

การดำเนินการ ยูเนียน ของเซต  $n$  เซตใดๆ สามารถเขียน ในรูป

$$\bigcup_1^n A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$$

ตัวอย่าง

กำหนดให้  $A_i = \{i, i+1, i+2, \dots\}$

จงหา  $\bigcup_1^n A$

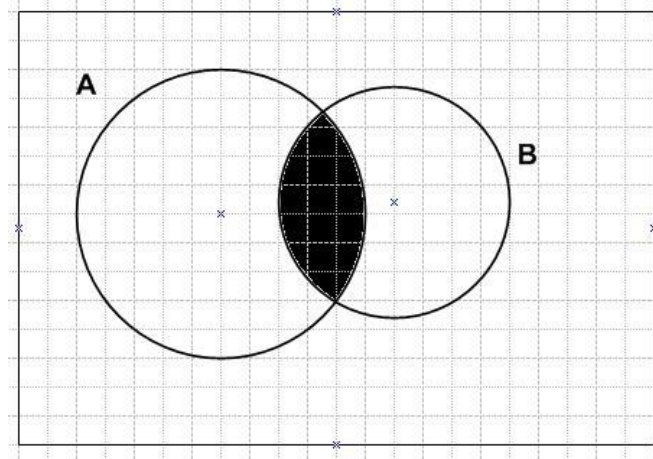
วิธีทำ

**3.4.2 อินเตอร์เซกชัน (Intersection)** อินเตอร์เซกชันของเซต  $A$  และเซต  $B$  เขียนแทนด้วย  $A \cap B$

คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของเซต  $A$  และเซต  $B$

เขียน  $A \cap B$  แบบบอกเงื่อนไข ดังนี้

$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$$



รูปที่ 1.3 แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ที่แสดงเซต  $A \cap B$

การดำเนินการ อินเตอร์เซกชัน ของเซต  $n$  เซตใดๆ สามารถเขียน ในรูป

$$\bigcap_1^n A = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$$

ตัวอย่าง

กำหนดให้  $A_i = \{i, i+1, i+2, \dots\}$

จงหา  $\bigcap_1^n A$

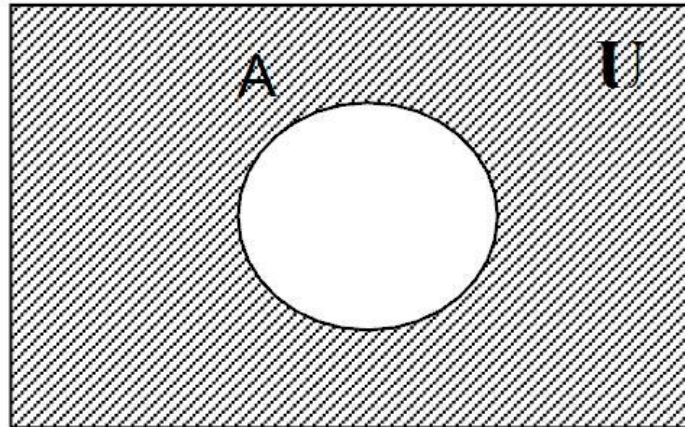
**3.4.3 คอมพลิเมนต์ (Complement)** คอมพลิเมนต์ของเซต  $A$  เขียนแทนด้วย  $A'$  คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของ  $U$  แต่ไม่เป็นสมาชิกของ  $A$

เขียน  $A$  แบบบอกเงื่อนไข ดังนี้

$$A' = \{x \in U \mid x \notin A\}$$

ตัวอย่าง

แผนภาพของคอมพลีเมนต์



รูปที่ 1.4 แผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์ ที่แสดงเซต  $A'$  (บริเวณแรเงา)

**3.4.4 ผลต่าง (Difference or relative complement)** ผลต่างของเซต  $A$  กับเซต  $B$  เขียนแทนด้วย

$A - B$  คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต  $A$  ซึ่งไม่เป็นสมาชิกของเซต  $B$

ผลต่างของเซต  $A$  กับเซต  $B$  เขียนแทนด้วย  $A - B$

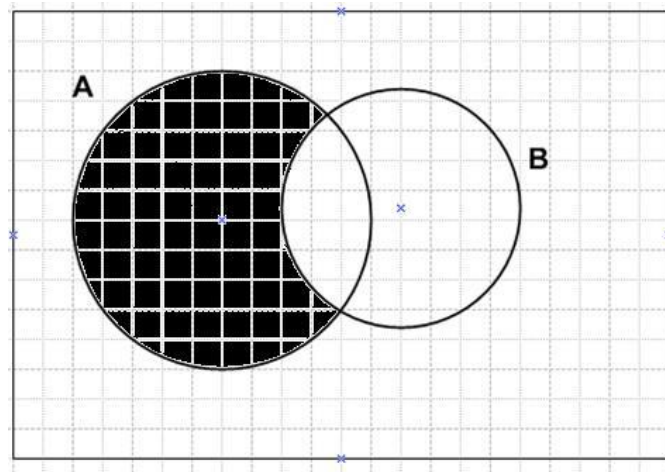
เขียน แบบบอกเงื่อนไข ดังนี้

$$A - B = \{x \in U \mid x \in A \text{ และ } x \notin B\}$$



ตัวอย่าง

แผนภาพของผลต่าง



รูปที่ 1.5 แผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์ ที่แสดงเซต  $A - B$

### 3.5 สมบัติที่สำคัญของเซต

กำหนดให้  $A, B, C$  เป็นเซตใดๆ

$$3.5.1 A \cup B = B \cup A \text{ (Commutative Law)}$$

$$3.5.2 A \cap B = B \cap A \text{ (Commutative Law)}$$

$$3.5.3 A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C \text{ (Associative Law)}$$

$$3.5.4 A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C \text{ (Associative Law)}$$

$$3.5.5 A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \text{ (Distributive Law)}$$

$$3.5.6 A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \text{ (Distributive Law)}$$

$$3.5.7 (A \cup B)' = A' \cap B' \text{ (De Morgan's Law)}$$

$$3.5.8 (A \cap B)' = A' \cup B' \text{ (De Morgan Law)}$$

$$3.5.9 (A')' = A$$

$$3.5.10 U' = \phi$$

$$3.5.11 \phi' = U$$

$$3.5.12 A - B = A \cap B'$$

$$3.5.13 A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

$$3.5.14 A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

3.5.15 ถ้า  $A \cap B = \emptyset$  แล้ว  $A - B = A$

### 3.6 การพิสูจน์ทางเซต

การพิสูจน์การเท่ากันของเซต สามารถแสดงได้ 3 วิธี

3.6.1 การแสดงว่าเซตทั้งสองเป็นสับเซตของกันและกัน

3.6.2 การแสดงโดยแจกแจงการเป็นสมาชิกโดยใช้ตาราง

3.6.3 การแสดงโดยใช้คุณสมบัติของเซต

#### 3.6.1 การแสดงว่าเซตทั้งสองเป็นสับเซตของกันและกัน

ตัวอย่าง

จงแสดงการพิสูจน์ว่า  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

วิธีทำ

กรณีที่ 1 จะแสดงว่า  $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C)$

ดังนั้น  $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C)$

กรณีที่ 2 จะแสดงว่า  $(A \cap B) \cup (A \cap C) \subseteq A \cap (B \cup C)$

ดังนั้น  $(A \cap B) \cup (A \cap C) \subseteq A \cap (B \cup C)$

จาก กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 สรุปได้ว่า  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

### 3.6.2 การแสดงโดยแจกแจงการเป็นสมาชิกโดยใช้ตาราง

ตัวอย่าง จงแสดงการพิสูจน์ว่า  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

A	B	C	$B \cup C$	$A \cap (B \cup C)$	$A \cap B$	$A \cap C$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$
1	1	1					
1	1	0					
1	0	1					
1	0	0					
0	1	1					
0	1	0					
0	0	1					
0	0	0					

### 3.6.3 การแสดงโดยใช้คุณสมบัติของเซต

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  จากคุณสมบัติ Distributive Law

ตัวอย่าง โจทย์และการแก้ปัญหา

หมายเหตุ สูตรที่ควรรู้เกี่ยวกับเซต

- $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$  เมื่อ A, B เป็น disjoint set
- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$  เมื่อ A, B มีสมาชิกร่วมกัน
- $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
- $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$
- $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$
- $n(A') = n(U) - n(A)$

### ตัวอย่าง

ผู้สำรวจประชามติ ได้สอบถามผู้มีสิทธิออกเสียง 35 คน พบว่า 14 คนสนับสนุนผู้สมัครคนที่ 1 และ 26 คนสนับสนุนผู้สมัครคนที่ 2 จะมีกี่เสียงที่สนับสนุนผู้สมัครทั้งสองคน

### วิธีทำ

### ตัวอย่าง

กำหนดให้  $n(U) = 32$ ,  $n(A) = 15$ ,  $n(B) = 18$  และ  $n(A \cup B)' = 2$  จงหา  $n(A \cap B)$

### วิธีทำ