ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มีความสำคัญในเกือบทุกแขนงวิชาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เพราะเป็นเครื่องมือทางในการแปลงความของแขนงวิชานั้นๆในรูปคณิตศาสตร์ โดยมีรากฐานอยู่บนทฤษฎีเซต

4.1 ความสัมพันธ์

ความสัมพันธ์เป็นวลีที่แสดงการเกี่ยวข้องกันของเซตสองเซต จะแสดงความสัมพันธ์ในรูปคู่อันดับของสมาชิกทั้งสองเซต

นิยาม คู่อันดับ (order pairs) คือ สิ่งที่มีสมาชิกสองตัว และอันดับของสมาชิกนั้นมีความหมาย เราแทนคู่อันดับ $\boldsymbol{a,b}$

ด้วยสัญลักษณ์ $\boldsymbol{(a,b)}$ เราจะเรียก $\boldsymbol{a}$ ว่า สมาชิกตัวแรกของคู่อันดับ

และเรียก $\boldsymbol{b}$ ว่า สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ

หมายเหตุ

1. เราใช้คู่อันดับเมื่อกล่าวถึงสิ่งที่เกี่ยวข้องกัน

2. $\boldsymbol{(a,b) \neq (b,a)}$ เมื่อ $\boldsymbol{a \neq b}$

3. ในระบบพิกัดฉาก เราแทน $\boldsymbol{(x, y)}$ ด้วยจุดหนึ่งจุดบนระนาบ $\boldsymbol{xy}$ ในทำนองเดียวกัน จุดหนึ่งจุดบนระนาบ $\boldsymbol{xy}$ จะแทนด้วย $\boldsymbol{(x, y)}$

การเท่ากันของคู่อันดับ

ทฤษฎีบท ให้ **(*a*,*b*)** และ **(*c*,*d*)** เป็นคู่อันดับใดๆ **(*a*,*b*) = (*c*,*d*)** ก็ต่อเมื่อ ***a* = *c*** และ ***b* = *d***

นิยาม ผลคูณคาร์ทีเชียน (Cartesian product) ของเซต *A* และเซต *B* ซึ่งเขียน แทนด้วย *A*X *B* คือ เซตของคู่อันดับทั้งหมดที่มีสมาชิกตัวแรกของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต *A* และ สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต *B*

นั่นคือ AX B = { (x, y) | x$\in$ Aและ y$\in$B }

ข้อสังเกต

1. ***A*X *B* $\neq$ *B*X *A***

2. จำนวนสมาชิกของ ***A*X *B*** มีค่าเท่ากับผลคูณระหว่าง จำนวนสมาชิกของเซต ***A*** กับ จำนวนสมาชิกของเซต ***B*** นั่นคือ ***n*(*A*X *B*) = *n*(*A*) X *n*(*B*)**

นิยามความสัมพันธ์

ถ้า ***R*** $\subseteq$ ***A*X *B*** *แล้ว* ***R*** ว่าเป็น ความสัมพันธ์จากเซต ***A*** ไปเซต ***B***

เราจะกล่าวว่า ***x*** มีความสัมพันธ์กับ ***y*** ถ้า **(*x*, *y*)** $\in$ ***R***

และ เรียก ***R*** ว่าเป็นความสัมพันธ์จากในเซต ***A*** ถ้า **R** $\subseteq$ ***A* X *A***

โดเมนของความสัมพันธ์ *r* คือเซตของสมาชิกตัวแรกของคู่อันดับ

ในความสัมพันธ์ ***r*** แทนด้วย ***Dr*** หรือ ***D*(R)** นั่นคือ

D_R = {x | (x,y) $\in$ R }

เรจน์ของความสัมพันธ์ *r* คือเซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ

ในความสัมพันธ์ ***r*** แทนด้วย ***r R*** หรือ ***R*(*r*)** นั่นคือ

R_R = { y | (x , y) $\in$R }

คุณสมบัติของความสัมพันธ์

- ***ความสัมพันธ์สะท้อน R บนเซต A***

สำหรับทุกสมาชิก **a ∈ A** ความสัมพันธ์ **(a,a) ∈ R**

ตัวอย่าง

กำหนด เซต **A = {1,2,3,4}**

และ R = {(1,1),(1,2), (2,1),(2,2),(3,4),(3,3),(4,3),(4,4)}

วิธีทำ

พิจารณา สมาชิก **(1,1), (2,2), (3,3)** และ **(4,4) ∈ R**

ดังนั้น **R** มีคุณสมบัติของความสัมพันธ์สะท้อน

- ***ความสัมพันธ์สมมาตร R บนเซต A***

ถ้า **(a,b) ∈ R** แล้ว **(b,a) ∈ R** สำหรับ **a, b ∈ A**

ตัวอย่าง

กำหนด **A = {1,2,3,4}**

และ **R** = {(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,4),(4,3),(4,4)}

วิธีทำ

พิจารณา

$(1,1) \in R \rightarrow (1,1) \in R$

$(1,2) \in R \rightarrow (2,1) \in R$

$(2,1) \in R \rightarrow (1,2) \in R$

$(2,2) \in R \rightarrow (2,2) \in R$

$(3,4) \in R \rightarrow (4,3) \in R$

$(4,3) \in R \rightarrow (3,4) \in R$

$(4,4) \in R \rightarrow (4,4) \in R$

ดังนั้น **R** มีคุณสมบัติของความสัมพันธ์สมมาตร

- ***ความสัมพันธ์อสมมาตร R บนเซต A***

ถ้า **(a,b) ∈ R** และ **(b, a) ∈ R → a = b**

ตัวอย่าง

กำหนด **A = {1,2,3,4}**

และ **R =** {(1,1),(1,2),(2,2),(3,4),(4,4)}

วิธีทำ

พิจารณา

$(1,1) \in R$ **และ** $(1,1) \in R \rightarrow 1 = 1$

$(1,2) \in R$ **และ** $(2,1) \in R \rightarrow 1 = 2$

$(2,2) \in R$ **และ** $(2,2) \in R \rightarrow 2 = 2$

$(3,4) \in R$ **และ** $(4,3) \in R \rightarrow 3 = 4$

$(4,4) \in R$ **และ** $(4,4) \in R \rightarrow 4 = 4$

ดังนั้น **R** มีคุณสมบัติของความสัมพันธ์อสมมาตร

- ความสัมพันธ์ถ่ายทอด R บนเซต A

(a, b) $\in$ R **และ** (b, c) $\in$ R $\rightarrow$ (a, c) $\in$ R

ตัวอย่าง

กำหนด **A = {1,2,3,4}**

และ R = { (1,1), (1,2), (2,3), (3,4), (1,3), (1,4), (2,4) }

วิธีทำ

พิจารณา

(1,1) $\in$ R และ (1, 1) $\in$ R $\rightarrow$ (1, 1) $\in$ R

(1,1) $\in$ R และ (1, 2) $\in$ R $\rightarrow$ (1, 2) $\in$ R

(1,1) $\in$ R และ (1, 3) $\in$ R $\rightarrow$ (1, 3) $\in$ R

(1,1) $\in$ R และ (1, 4) $\in$ R $\rightarrow$ (1, 4) $\in$ R

(1,2) $\in$ R และ (2, 3) $\in$ R $\rightarrow$ (1, 3) $\in$ R

(1,2) $\in$ R และ (2, 4) $\in$ R $\rightarrow$ (1, 4) $\in$ R

(2,3) $\in$ R และ (3, 4) $\in$ R $\rightarrow$ (2, 4) $\in$ R

(1,3) $\in$ R และ (3, 4) $\in$ R $\rightarrow$ (1, 4) $\in$ R

(1,4) $\in$ R และ (4, X) $\in$R $\rightarrow$ (1,X) $\in$ R

(1,4) $\in$ R และ (4, X) $\in$R $\rightarrow$ (1,X) $\in$ R

ดังนั้น **R** มีคุณสมบัติของความสัมพันธ์ถ่ายทอด

ตัวอย่าง

กำหนด $R_1 = \{ (1,1), (2,2), (3,3) \}$

และ $\mathbf{R_2} = \{ (1,1), (1,2), (1,3),(1,4) \}$

จงหา $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$ **และ** $R_1 - R_2$

วิธีทำ

นิยาม ความสัมพันธ์ประกอบ SoR เมื่อ **S** และ**R** เป็นความสัมพันธ์
$\exists x\ (a,x) \in R \wedge (x, b) \in S \leftrightarrow (a,b) \in SoR$

ตัวอย่าง

กำหนดความสัมพันธ์ **R** และ **S** ดังนี้

$R = \{ (1,1), (1,4), (2,3), (3,1), (3,4)\}$

$S = \{(1,0), (2,0), (3,1), (3,2), (4,1)\}$

จงหา ความสัมพันธ์ประกอบ **SoR**

วิธีทำ

นิยาม ยกกำลังความสัมพันธ์ R^n

$R^1 = R$

$R^{n+1} = R^n \circ R$

ตัวอย่าง

กำหนด ความสัมพันธ์ **R = { (1,1), (2,1), (3,2), (4,3) }**

จงหา R^2 R^3 R^4

วิธีทำ

R =

$R^2 = RoR =$

$R^3 = R^2oR =$

$R^4 = R^3 o R =$

ความสัมพันธ์ n-ary

- ความสัมพันธ์ **R** เป็นความสัมพันธ์จากเซตสองเซตใดๆ เรียกว่า **Binary Relation**

สมาชิกของความสัมพันธ์ **R** มีลักษณะเป็นคู่ลำดับ **(pair (x,y))**

- ความสัมพันธ์ **R** เป็นความสัมพันธ์จากเซตสามเซตใดๆ เรียกว่า **Ternary Relation**

สมาชิกของความสัมพันธ์ **R** มีลักษณะเป็นสามลำดับ **(triple (x,y,z))**

…

- ความสัมพันธ์ **R** เป็นความสัมพันธ์จากเซต **n** เซตใดๆ เรียกว่า **n-nary Relation**

สมาชิกของความสัมพันธ์ **R** มีลักษณะเป็น **n** ลำดับ **(n-tuple ($x_1,x_2, \ldots, x_n$))**

หมายเหตุ หลักการเรื่องความสัมพันธ์ถูกนำไปประยุกต์ใช้กับฐานข้อมูลทางคอมพิวเตอร์

กำหนด $A_1,A_2, \ldots ,A_n$ แทนเซต

ความสัมพันธ์ **n-ary** **R** คือ $R \subseteq A_1 X A_2 X \ldots X A_n$

ตัวอย่าง

กำหนดความสัมพันธ์ **R** บนเซต **N X N X N** ที่ประกอบด้วยสมาชิก สามลำดับ **(a,b,c)** ซึ่ง

$a < b < c$ จงหา ความสัมพันธ์ **R** ที่มีคุณสมบัติข้างต้น

วิธีทำ

ฐานข้อมูลทางคอมพิวเตอร์สามารถแทนได้ด้วยโมเดลความสัมพันธ์

ตัวอย่าง

ข้อมูลนักศึกษา (ชื่อนักศึกษา, รหัสนักศึกษา, ชื่อสาขา, เกรดเฉลี่ย)

Name	*metricNo*	*Dept*	*GPA*
Ackermann	231455	Computer Science	3.88
Adams	888323	Physics	3.45
Chou	102147	Computer Science	3.49
Goodfriend	453876	Mathematics	3.49
Rao	678543	Mathematics	3.90
Stevens	786576	Psychology	2.99

คีย์หลัก (Primary Key) คือ **แอททริบิวต์** (column) ที่มีคุณสมบัติที่ทำให้ข้อมูล 2 **เรคคอร์ด** (row) ใดในตารางไม่ซ้ำกัน จากตารางข้างต้น แอททริบิวต์ที่มีคุณสมบัติเป็นคีย์หลัก คือ รหัสนักศึกษา

คีย์ประกอบ (Composite Key) คือ คีย์ที่เกิดจากการรวมหลาย**แอททริบิวต์** (column) เพื่อให้ข้อมูลในตารางแต่ละแถวแตกต่างกัน

- ***การดำเนินการ Selection บนฐานข้อมูล***

ตัวอย่าง

จากตารางที่กำหนดให้

Name	*metricNo*	*Dept*	*GPA*
Ackermann	231455	Computer Science	3.88
Adams	888323	Physics	3.45
Chou	102147	Computer Science	3.49
Goodfriend	453876	Mathematics	3.49
Rao	678543	Mathematics	3.90
Stevens	786576	Psychology	2.99

จงดำเนินการ **selection** ข้อมูลตามเงื่อนไข **GPA > 3.45**

วิธีทำ

Name	*metricNo*	*Dept*	*GPA*
Ackermann	231455	Computer Science	3.88
Chou	102147	Computer Science	3.49
Goodfriend	453876	Mathematic s	3.49
Rao	678543	Mathematic s	3.90

- ***การดำเนินการ Projection บนฐานข้อมูล***

ตัวอย่าง

จากตารางที่กำหนดให้

Name	*metricNo*	*Dept*	*GPA*
Ackermann	231455	Computer Science	3.88
Adams	888323	Physics	3.45
Chou	102147	Computer Science	3.49
Goodfriend	453876	Mathematics	3.49
Rao	678543	Mathematics	3.90
Stevens	786576	Psychology	2.99

จงดำเนินการ **projection** ข้อมูล **P1,4**

Name			*GPA*
Ackermann			3.88
Adams			3.45
Chou			3.49
Goodfriend			3.49
Rao			3.90
Stevens			2.99

- ***การดำเนินการ join บนฐานข้อมูล***

ตัวอย่าง

จากตารางที่กำหนดให้

Lecturer	*Dept*	*Course*
Cruz	Zoology	335
Cruz	Zoology	412
Faber	Psychology	501
Faber	Psychology	617
Grammer	Physics	544
Grammer	Physics	551
Rosen	Computer Science	518
Rosen	Mathematics	575

Dept	*Course*	*Room*	*Time*
ComputerScience	518	N521	14.00
Mathematics	575	N502	15.00
Mathematics	611	N521	16.00
Physics	544	B505	16.00
Psychology	501	A100	15.00
Psychology	617	A110	11.00
Zoology	335	A100	09.00
Zoology	412	A100	08.00

จงดำเนินการ **join** ข้อมูลทั้งสองตารางเข้าด้วยกัน

วิธีทำ

ผลการดำเนินการ **join** เป็นดังตารางนี้

Lecturer	*Dept*	*Course*	*Room*	*Time*
Cruz	Zoology	335	A100	09.00
Cruz	Zoology	412	A100	08.00
Faber	Psychology	501	A100	15.00
Faber	Psychology	617	A110	11.00
Grammer	Physics	544	B505	16.00
Rosen	ComputerScience	518	N521	14.00
Rosen	Mathematics	575	N502	15.00

4.2 ฟังก์ชัน (Function)

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกตัวแรกของคู่อันดับทั้งหมดแตกต่างกันหมด เราสามารถเขียนฟังก์ชันในรูปของเซตได้ ดังนี้

$f = \{(x,y) \mid \{(x, y_1) \in f \wedge (x,y_2) \in f\} \rightarrow (y_1 = y_2)\}$

เราจะเรียก โดเมนของ ***f*** ว่า โดเมนของฟังก็ชัน ***f*** และเรียกเรนจ์ ของ ***f*** ว่าเรนจ์ของฟังก์ชัน ***f***

ถ้า$(x, y) \in f$ เราจะกล่าวว่า y เป็นอิมเมจ**(image)** ของ x ภายใต้ f หรือ y เปี นค่าของฟังก์ชัน f ที่ x เขียนแทนด้วย

$$y = f(x)$$

นิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชัน เราจะกล่าวว่า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B **(function from A to B)** ก็ต่อเมื่อ $D_f = A$ และ $R_f \subseteq B$ แทนด้วย $f : A \rightarrow B$

เรียก เซต **A**ว่าเป็น โดเมนของฟังก็ชัน f

เรียก เซต **B** ว่าเป็น โคโดเมนของฟังก์ชัน **f**

เรียก สมาชิก **y** ว่าเป็น อิมเมจของ **x** ภายใต้ **f**

เรียก สมาชิก **x** ว่าเป็น พรีอิมเมจของ **y** ภายใต้ **f**

หมายเหตุ **y** อาจมีมากกว่าหนึ่ง พรีอิมเมจ

เรียก **R** ว่าเป็น เรนจ์ เมื่อ **R⊆B** โดยที่ **R={b | ∃a f(a)=b }.**

หมายเหตุ

ฟังก์ชันบางส่วน (**partial function**) จาก **A** ไป **B** คือ ฟังก์ชัน จาก เซต **A′** ไปยังเซต **B** โดยที่

A′ ⊆ **A** ฟังก์ชันบางส่วนจะใช้เมื่อไม่ทราบโดเมนที่แท้จริงของฟังก์ชันที่พิจารณา

สำหรับ **ฟังก์ชันทั้งหมด** (**total function**) ถ้า **A′ = A** ซึ่งคือนิยามเดียวกับ ฟังก์ชัน

ตัวอย่าง

สมมุติในการกำหนดเกรดให้นักศึกษา:

“***f*** เป็นฟังก์ชันที่มีการทอดค่าชื่อของนักศึกษาที่เรียนวิชานี้ โดยเกรดที่จะให้กับนักศึกษาคือ **{A,B,C,D,F}**”

จากตัวอย่างนี้ เซตของโคโดเมนคือ: **{A,B,C,D,F}** และเซตของเรนจ์คือ **undefined**

ถ้านักศึกษาทุกคนที่เรียนวิชานี้ได้เกรด **A** หรือไม่ก็ได้เกรด **B**

ดังนั้นเรนจ์ของฟังก์ชัน ***f*** คือ **{A,B}** ส่วนเซตของโคโดเมนคือ {A,B,C,D,F}

4.2.1 ฟังก์ชันกับตรรกศาสตร์

ประพจน์ใดๆ สามารถพิจารณาเป็นฟังก์ชันจาก **“สถานการณ์”** ที่ทอดค่าไปยังค่าความจริง **{T,F}**

ตรรกใดๆ จะถูกเรียกว่า **“situation theory”**

ตัวอย่าง

p=“ฝนกำลังจะตก**”** **s =** สภาพแวดล้อมในขณะนั้น ดังนั้น **p(s)** $\in$ **{T,F}**

ตัวดำเนินการใดๆ ของประพจน์สามารถพิจารณาเป็นฟังก์ชันที่ทอดค่าจากคู่อันดับของค่าความจริงไปสู่ค่าความจริง

ตัวอย่าง

$\vee((\mathbf{F},\mathbf{T})) = \mathbf{T}$

$\rightarrow((T,F)) = F$

พรีดิเคตใดๆ เป็นฟังก์ชันของวัตถุต่างๆ ที่ทอดค่าไปยังประพจน์ที่มีค่าความจริง

ตัวอย่าง

กำหนดให้ *P* **แทนข้อความ** "is 7 feet tall";

P(Mike) = "Mike is 7 feet tall." = **False**.

สายของบิต ***B*** ที่มีความยาว ***n*** บิต สามารถพิจารณาเป็นฟังก์ชันชนิดหนึ่ง ที่ทอดค่าจากตำแหน่งของบิต **{1,…,*n*}** ไปสู่ค่าของบิตในตำแหน่งนั้นๆ **{0,1}**

ตัวอย่าง

B=101 ➔ $B(3)$=1.

4.2.2 ฟังก์ชันกับเซต

เซต ***S*** ใดๆ ที่อยู่ในเซตเอกภพสัมพัทธ์ ***U*** สามารถพิจารณาเป็นฟังก์ชันที่ทอดค่าสมาชิกต่างๆใน ***U*** ไปสู่ค่า **{T, F}** หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งก็คือสมาชิกแต่ละตัวใน ***U*** อยู่ในเซต ***S*** หรือไม่

ตัวอย่าง $S=\{3\}$ ➔ $f_S(0)=$**F**, $f_S(3)=$**T**.

ตัวดำเนินการของเซตใดๆ เช่น $\cap, \cup, \overline{}$ เป็นฟังก์ชันที่ทอดค่าจากคู่ต่างๆ ของเซตที่ถูกดำเนินการไปสู่เซตใหม่ที่เป็นผลของจากการดำเนินการ

ตัวอย่าง

$\cap\ ((\{1,3\},\{3,4\})) = \{3\}$

ฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชัน 1-1

นิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชัน เราจะกล่าวว่า f เป็น**ฟังก์ชันจาก** A **ทั่วถึง** B **(function from A onto B : surjection)** ก็ต่อเมื่อ $D_f = A$ และ $R_f = B$ แทนด้วย $f: A \xrightarrow{onto} B$

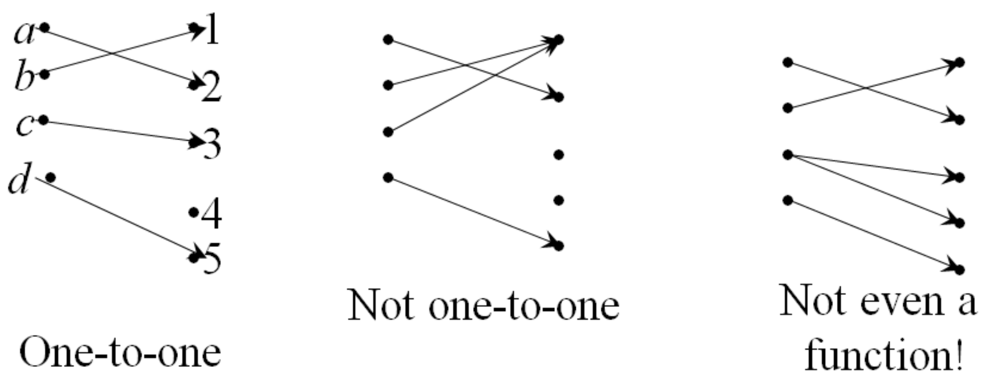
นิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชัน เราจะกล่าวว่า f เป็น**ฟังก์ชัน 1–1** จาก A ไป B **(one-to-one function from A into B: injection)** ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B และ สำหรับทุก $x_1, x_2 \in A$

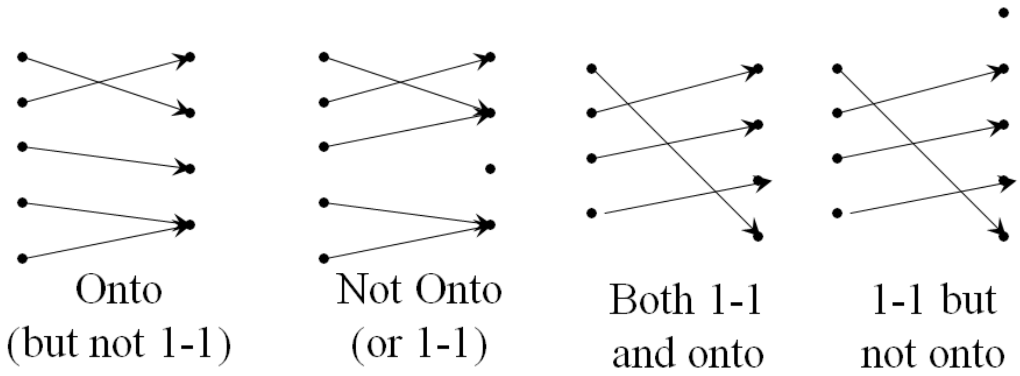
$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow (x_1 = x_2)$

แทนด้วย $f: A \xrightarrow{1-1} B$

นิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชัน เราจะกล่าวว่า f เป็นฟังก์ชัน **1–1** จาก A ทั่วถึง B **(one-to-one and onto function from A B : bijection)** ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชัน **1–1** จาก A ไป B และ $R_f = B$ แทนด้วย

$f: A \xrightarrow{1-1,onto} B$





ฟังก์ชันผกผัน

นิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชัน ผกผันของฟังก์ชัน f **(inverse of a function f)** คือ ความสัมพันธ์ที่เกิดจากการสลับที่ระหว่างสมาชิกของแต่ละคู่อันดับที่อยู่ใน f แทนด้วย f^{-1} นั่นคือ

$f^{-1} = \{ (y, x) \mid (x, y) \in f \}$

หมายเหตุ

1. $\mathbf{f}^{-1}$ อาจเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นก็ได้

2. ถ้า $\mathbf{f}^{-1}$ เป็นฟังก์ชัน เราจะเรียก $\mathbf{f}^{-1}$ ว่า ฟังก์ชันผกผัน **(inverse function)**

พีชคณิตฟังก์ชัน

นิยาม ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน การบวก ลบ คูณ และ หาร ของ f และ g แทนด้วย $f+g$, $f-g$, fg และ f/g ตามลำดับ เป็นฟังก์ชันที่กำหนดดังนี้

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

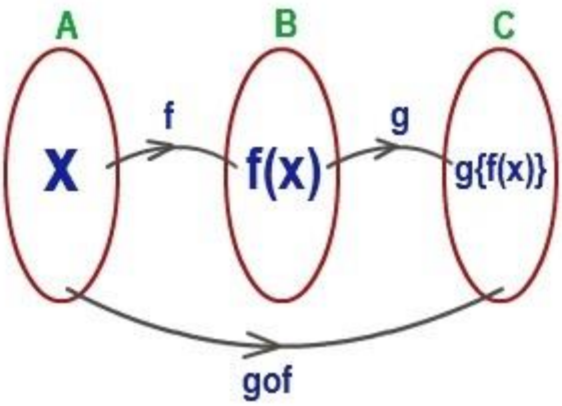
$(fg)(x) = f(x) \times g(x)$

และ $(f/g)(x) = f(x) / g(x)$ โดยที่ $D = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$

ฟังก์ชันประกอบ (Composite Function)

นิยาม ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่ง $R_f \cap D_g \neq \varnothing$ เราสามารถแทนฟังก์ชันประกอบของ f และ g ได้ แทนด้วย $g \circ f$ กำหนดโดย $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

ข้อสังเกต $D_{gof} \subseteq D_f$ และ $R_{gof} \subseteq Rg$



4.3 ฟังก์ชันสำคัญ

ฟังก์ชันเอกลักษณ์

นิยาม สำหรับเซตของโดเมน **A** ใดๆ ฟังก์ชันเอกลักษณ์ (**Identity Function**) แทนด้วย $\mathbf{I : A \rightarrow A}$ คือ ฟังก์ชันที่มีคุณสมบัติ $\forall \mathbf{a} \in \mathbf{A}, \mathbf{I(a) = a}$

ตัวอย่าง

$\forall a \in A, I(a) = a + 0 = a$

$\forall a \in A, I(a) = a \times 1 = a$

$\forall a \in \{T,F\}, I(a) = a \wedge F = F$

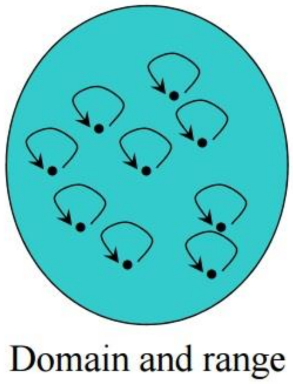
$\forall a \in \{T,F\}$, $I(a) = a \vee T = T$

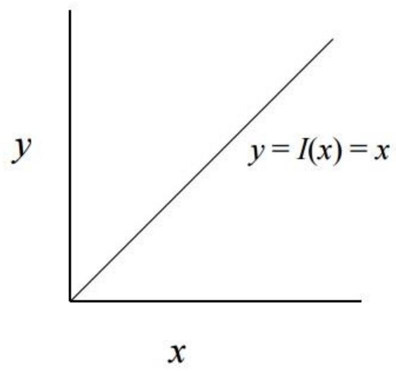
$\forall S$, $I(S) = S \cup U = U$

$\forall S$, $I(S) = S \cap \varnothing = \varnothing$

หมายเหตุ

ฟังก์ชันเอกลักษณ์ เป็นฟังก์ชัน **1-1** และ ทั่วถึงเสมอ





ในศาสตร์คอมพิวเตอร์มักจะพบกับฟังก์ชัน ต่อไปนี้

Floor Function

นิยาม **Floor Function** แทนด้วย $\lfloor \bullet \rfloor : \Re \rightarrow Z$ เมื่อ $\lfloor x \rfloor$ หมายถึง จำนวนเต็มที่มากที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ **x** หรือ $\lfloor x \rfloor = \max(\{i \in Z \mid i \leq x\})$

Ceiling Function

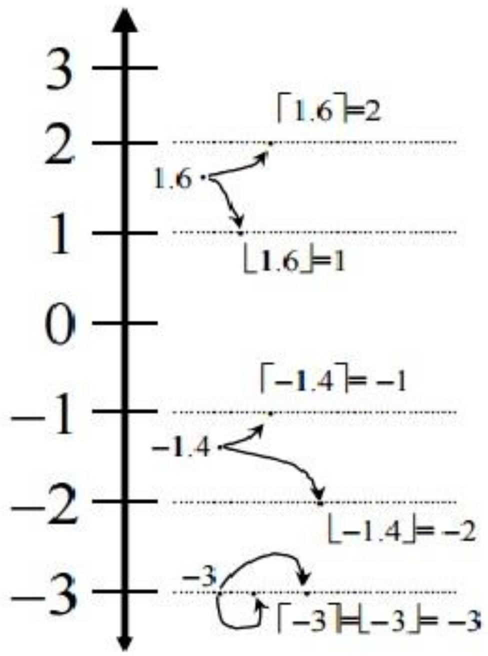
นิยาม Ceiling Function แทนด้วย $\lceil \bullet \rceil : \Re \rightarrow Z$ เมื่อ $\lceil \bullet \rceil$ หมายถึง จำนวนเต็มที่น้อยที่สุดที่มากกว่าหรือเท่ากับ **x** หรือ $\lceil x \rceil = \min(\{i \in Z \mid i \geq x\})$

หมายเหตุ

$\lfloor -x \rfloor \neq -\lfloor x \rfloor$

และ $\lceil -x \rceil \neq -\lceil x \rceil$

และ ถ้า $x \in \mathbf{Z}$ แล้ว $\lfloor x \rfloor = \lceil x \rceil = x$



ตัวอย่าง จงแสดงกราฟของฟังก์ชัน $\mathbf{f(x) = \lfloor x / 3 \rfloor}$

วิธีทำ