ความน่าจะเป็น

8.1 ความน่าจะเป็น

ความน่าจะเป็น หมายถึง จำนวนจำนวนหนึ่งที่บ่งบอกถึงโอกาสที่จะเกิดขึ้นของเหตุการณ์ หรือ เรียกว่า ความน่าจะเป็น (**Probability**)

หลักการคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดๆ เกี่ยวข้องกับ

1. **Random Experiment** หมายถึง การทดลองที่ไม่สามารถรู้ผลลัพธ์ล่วงหน้าหากแต่ทราบว่าจะเกิดผลลัพธ์ใดบ้าง เช่น
   - การโยนเหรียญ **1** ครั้ง จะไม่ทราบว่าผลลัพธ์จะเป็นหัว หรือ ก้อย หากแต่ทราบว่า จะเกิด หัว หรือ ก้อย ขึ้น
2. **Sample Space** หมายถึง กลุ่มของผลที่เกิดขึ้นทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม จะแทนในรูปเซต **S** ที่ประกอบด้วยสมาชิกคือ ผลที่เกิดขึ้นทั้งหมดจากการทดลองสุ่มเช่น **S = { H, T}**
3. **Event** หมายถึง สิ่งที่สนใจจะพิจารณาจากการทดลองสุ่ม เป็นสับเซตของ **Sample Space** มักแทนด้วยสัญลักษณ์ **E**
   - เหตุการณ์โยนเหรียญ **1** อัน ให้ผลเป็น **T** ดังนั้น **E = { T }**
4. จำนวนที่เกิดขึ้นใน **Sample Space** และ **Event**

การโยนเหรียญ **1** อัน สองครั้ง **Sample Space**

S = {(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)}

จำนวนสมาชิกของ **Sample Space** แทนด้วย **S(n) = 4**

เหตุการณ์ที่ออกหัว อย่างน้อย **1** ครั้ง

E = { (H,H), (H,T), (T,H)}

จำนวนสมาชิกของ***เหตุการณ์*** **Event** แทนด้วย **E(n) = 3**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ มีค่าเท่ากับ สัดส่วนของ จำนวนเหตุการณ์หารด้วย จำนวนสมาชิกของ **Sample Space**

$$\mathbf{P(E)} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

คุณสมบัติความน่าจะเป็น

ถ้า **S** แทนแซมเปิลสเปซ และ **E** แทนเหตุการณ์ใดๆในแซมเปิลสเปซ **S**

- ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดๆมีค่า $\mathbf{0 \leq P(E) \leq 1}$
- ความน่าจะเป็นของแซมเปิลสเปซ **P(S) = 1**
- ถ้า **P(E)** แทนความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ **E**

  แล้ว $\mathbf{P(E')}$ แทนความน่าจะเป็นของการไม่เกิดเหตุการณ์ **E**

  แล้ว $\mathbf{P(E) + P(E') = 1}$

ตัวอย่าง

โยนเหรียญเที่ยงตรง **2** อัน จำนวน **1** ครั้ง จงหาความน่าจะเป็น

เหรียญออกหัวทั้งคู่

เหรียญออกก้อยจำนวน **1** เหรียญ

เหรียญออกหน้าตรงกัน

วิธีทำ

เซต **S =**

เซต **E1 =**

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เหรียญออกหัวทั้งคู่ **P(E1) =**

เซต **E2 =**

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เหรียญออกก้อยจำนวน **1** เหรียญ **P(E2) =**

เซต **E3 =**

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เหรียญออกหน้าตรงกัน **P(E3) =**

ตัวอย่าง

โยนลูกเต๋า **2** ลูก **1** ครั้ง จงหาความน่าจะปีนที่

ผลรวมของแต้มเป็น **10**

ผลต่างของแต้มเป็น **2**

ลูกเต๋าออกแต้มตรงกัน

วิธีทำ

เซต **S = { (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),**
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) }

เซต **E1 =**

ดังนั้น ความน่าจะปีนที่ผลรวมของแต้มเป็น **10** คือ **P(E1) =**

เซต **E2 =**

ดังนั้น ความน่าจะปีนที่ผลต่างของแต้มเป็น **2** คือ **P(E2) =**

เซต **E3 =**

ดังนั้น ความน่าจะปีนที่ลูกเต๋าออกแต้มตรงกัน คือ **P(E3) =**

ตัวอย่าง

จากการสอบถามนักเรียนชั้นมัธยมต้นของโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน **50** ว่าชอบวิชาคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ผลดังตาราง

คำตอบ \ ชั้น	ม **1**	ม **2**	ม **3**	รวม
ชอบ	**8**	**10**	**12**	**30**
ไม่ชอบ	**2**	**8**	**3**	**13**
ไม่แสดงความคิดเห็น	**2**	**4**	**1**	**7**
รวม	**12**	**22**	**16**	**50**

ตารางที่ 1 แสดงจำนวนคำตอบต่างๆ จำแนกตามชั้นเรียน

จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา **1** คน แล้วจะได้

นักเรียนชอบเรียนคณิตศาสตร์

นักเรียนไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์

เป็นนักเรียนชั้น ม **3**

เป็นนักเรียนชั้น ม **3** ที่ไม่แสดงความคิดเห็น

เป็นนักเรียนชั้น ม **1** หรือ ม **2** ที่ไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์

วิธีทำ

จำนวน **Sample Space** คือ **n(S) =**

ความน่าจะเป็นที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา **1** คน แล้วเป็นนักเรียนชอบเรียนคณิตศาสตร์

P(E1) =

ความน่าจะเป็นที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา **1** คน แล้วเป็นนักเรียนไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์

P(E2) =

ความน่าจะเป็นที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา **1** คน แล้วเป็นนักเรียนชั้น ม **3**

P(E3) =

ความน่าจะเป็นที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา **1** คน แล้วเป็นนักเรียนชั้น ม **3** ที่ไม่แสดงความคิดเห็น

P(E4) =

ความน่าจะเป็นที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา **1** คน แล้วเป็นนักเรียนชั้น ม **1** หรือ ม **2** ที่ไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์

P(E5) =

ตัวอย่าง

โยนลูกเต๋า **2** ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้มรวมบนหน้าลูกเต๋าน้อยกว่า **10**

วิธีทำ

จำนวน **Sample Space n(S) =**

เซต **E** แทนเซตของเหตุการณ์ที่แต้มรวมบนหน้าลูกเต๋ามากกว่าหรือเท่ากับ **10**

E =

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่แต้มรวมบนหน้าลูกเต๋ามากกว่าหรือเท่ากับ **10**

P(E) =

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่แต้มรวมบนหน้าลูกเต๋าน้อยกว่า **10**

P(E′) = 1 – P(E) =

8.2 ความน่าจะเป็นเกี่ยวกับการตัดสินใจ

หลายเหตุการณ์ในชีวิตจริงแม้นจะทราบโอกาสเกิดขึ้น ก็ไม่เพียงพอต่อการตัดสินใจ จำเป็นต้องหาองค์ประกอบอื่น เช่น ผลตอบแทนที่ได้ หรือ ผลตอบแทนที่เสีย

ค่าคาดหมาย = ผลรวมของผลคูณระหว่างความน่าจะเป็นของเหตุการณ์กับผลตอบแทนของเหตุการณ์

ตัวอย่าง

ในการโยนเหรียญ **2** เหรียญพร้อมกัน **1** ครั้ง เจ้ามือจะจ่ายเงินให้ **8** บาท หากเสี่ยงโชคโยนเหรียญออกหัวทั้งคู่ และถ้าเหรียญออกหน้าอื่นนักเสี่ยงโชคต้องจ่ายเจ้ามือ **2** บาท ตามกติกานี้ใครมีโอกาสได้เงินมากกว่า

วิธีทำ

ค่าคาดหมาย = **P(E1)XC1 + P(E2)XC2**

=

=

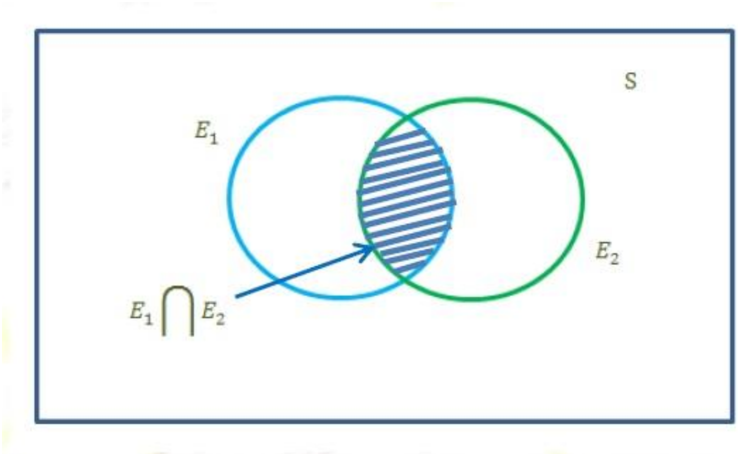
=

นั่นคือ จากกติกาที่กำหนดให้ นักเสี่ยงโชคมีโอกาสได้เงินมากกว่า

8.3 ความน่าจะเป็นของ E1 และ E2

P(E1 $\cup$ E2) แทน ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ **E1** หรือ **E2**

P(E1 $\cap$ E2) แทน ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ **E1** และ **E2**



รูปที่ 1 แสดง $P(E1 \cup E2) = P(E1) + P(E2) - P(E1 \cap E2)$

ตัวอย่าง

กำหนดให้ **$S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$**

$E1 = \{1,3,5,7\}$

$E2 = \{3,7,8\}$

จงหา **$P(E1 \cup E2)$**

วิธีทำ

$P(E1 \cup E2) = P(E1) + P(E2) - P(E1 \cap E2)$

=

ดังนั้น **$P(E1 \cup E2) =$**

ตัวอย่าง

นักศึกษาชั้นเรียนหนึ่งมี **50** คน ใส่แว่นสายตา **20** คน ใส่คอนเทคเลนส์ **25** คน มีทั้งแว่นตาและคอนเทคเลนส์ **10** คน หากสุ่มนักศึกษามา **1** คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้นักศึกษาที่ใส่แว่นหรือคอนเทคเลนส์

วิธีทำ

$$\mathbf{P(E1 \cup E2) = P(E1) + P(E2) - P(E1 \cap E2)}$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้นักศึกษาที่ใส่แว่นหรือคอนเทคเลนส์ =