

จงใช้การพิสูจน์ แบบ Directed, Contrapositive หรือ Contradiction เพื่อ

1. แสดงการพิสูจน์ว่า “ถ้า n เป็นจำนวนคู่ แล้ว n^2 หาร 4 ได้ลงตัว”
2. แสดงการพิสูจน์ว่า “สำหรับทุกจำนวนเต็ม n ใดๆ ถ้า n^2 แทนจำนวนคู่ แล้ว n เป็นจำนวนคู่”
3. แสดงการพิสูจน์ว่า “ผลรวมของจำนวนเต็มคู่และจำนวนเต็มคี่ใดๆ เป็นจำนวนเต็มคี่เสมอ”
4. แสดงการพิสูจน์ว่า “สำหรับทุกจำนวนเต็ม n ใดๆ $16n^2 - 44n + 17$ เป็นจำนวนคี่”
5. แสดงการพิสูจน์ว่า “สำหรับทุกจำนวนเต็ม n ใดๆ $-8n^2 + 12n - 20$ เป็นจำนวนคู่”
6. จงใช้ Mathematics Induction ในการพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

สำหรับทุก n ที่เป็นจำนวนนับใดๆ

6.1 $1+2+3+\dots+n = n(n+1)/2$

6.2 $7+13+19+\dots+(6n+1) = n(3n+4)$

6.3 $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$

6.4 $(23^n - 1)/11$ ลงตัว

6.5 $n^2 \leq n!$

7. กำหนด ฟังก์ชันเวียนบังเกิด $f(0) = 3, f(n+1) = 2f(n) + 3$.

จงหา $f(1), f(2), f(3)$, and $f(4)$

8. จงหา $f(1), f(2), f(3)$, and $f(4)$ เมื่อกำหนด $f(n)$ ตามนิยามเวียนบังเกิด ดังนี้

เมื่อ $n = 0$ $f(0) = 1$ สำหรับ $n = 1, 2, \dots$

a) $f(n+1) = f(n) + 2$

b) $f(n+1) = 3f(n)$

c) $f(n+1) = 2f(n)$

d) $f(n+1) = f(n)2 + f(n) + 1$

9. จงหา closed form ของฟังก์ชันเวียนบังเกิดต่อไปนี้

9.1 $f(1) = 1$

$$f(n) = f(n-1) + 2n + 1 \text{ สำหรับ } n > 1$$

9.2 $f(0) = 1$

$$f(n) = 2nf(n-1) \text{ สำหรับ } n \geq 1$$